ВАРИАНТ 6

Задание 1 № 26637

На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

Решение.

Разделим 500 на 30:

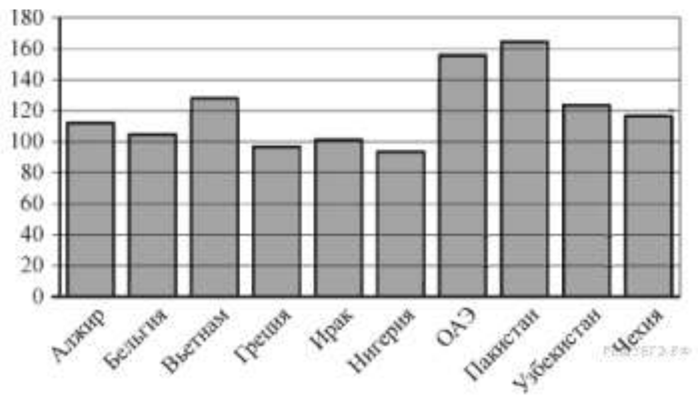
$$\frac{500}{30}=\frac{50}{3}=16\frac{2}{3}.$$

Ване хватает денег на 16 тюльпанов, но цветов должно быть нечетное число. Следовательно, Ваня может купить букет из 15 тюльпанов.

Ответ: 15.

Задание 2 № 501738

На диаграмме показано распределение выбросов углекислого газа в атмосферу в 10 странах мира (в миллионах тонн) за 2008 год. Среди представленных стран первое место по объёму выбросов занимал Пакистан, десятое место — Нигерия. Какое место среди представленных стран занимала Чехия?



Решение.

Расположим страны в порядке убывания количества выбросов углекислого газа в год:

1) Пакистан

2) ОАЭ

3) Вьетнам

4) Узбекистан

5) Чехия

6) Алжир

7) Бельгия

8) Ирак

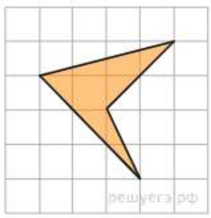
9) Греция

10) Нигерия

Чехия находится на пятом месте

Ответ: 5.

Задание 3 № 245007



Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Решение.

Площадь четырёхугольника состоит из площадей двух треугольников и площади трапеции. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 + \frac{1}{2}(3+1) \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 4{,}5 \text{ см}^2.$$

Ответ:4,5 см^2.

Задание 4 № 320189

В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

Решение.

Из 5000 тысяч новорожденных 5000 − 2512 = 2488 девочек. Поэтому частота рождения девочек равна

$$\frac{2488}{5000} = 0{,}4976 \approx 0{,}498.$$

Ответ: 0,498.

Задание 5 № 26661

Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{2x+5}{3}} = 5.$

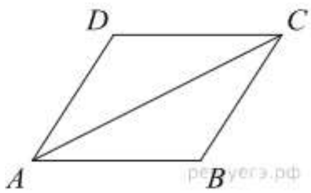
Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{\frac{2x+5}{3}} = 5 \Leftrightarrow \frac{2x+5}{3} = 25 \Leftrightarrow 2x+5 = 75 \Leftrightarrow x = 35.$$

Ответ: 35.

Задание 6 № 27828



Найдите большую диагональ ромба, сторона которого равна $\sqrt{3}$, а острый угол равен 60°.

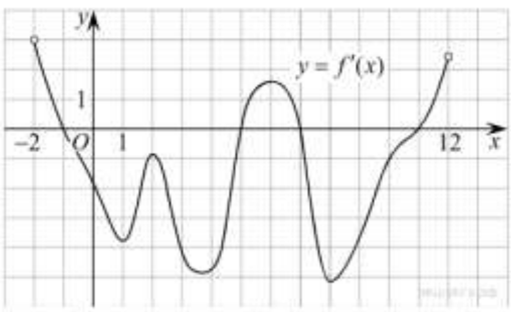
Решение.

Тупой угол ромба равен 180°−60°=120°. Воспользуемся теоремой косинусов:

$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2 - 2AD \cdot DC \cdot \cos D} = \sqrt{2AD^2(1 - \cos 120°)} = \sqrt{6(1+0{,}5)} = 3.$$

Ответ: 3.

Задание 7 № 27500



На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (−2;12). Найдите промежутки убывания функции *f(x)*. В ответе укажите длину наибольшего из них.

Решение.

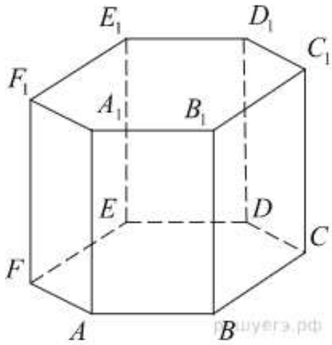
Если функция непрерывна на отрезке $[a;\ b]$, а её производная положительна (отрицательна) на интервале $(a;\ b)$, то функция возрастает (убывает) на отрезке $[a;\ b]$.

Производная функции отрицательна, на интервалах $(-1;\ 5)$ и $(7;\ 11)$. Значит, функция убывает на отрезках $[-1;\ 5]$ длиной 6 и $[7;\ 11]$ длиной 4. Длина наибольшего из них 6.

Ответ: 6.

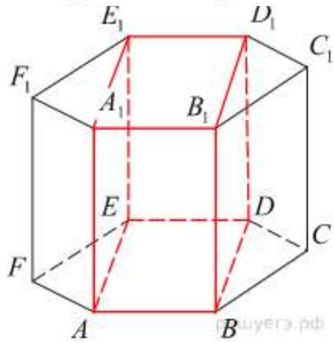
Задание 8 № [245345]

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, D, E, A_1, B_1, D_1, E_1, правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 2.



Решение.

Площадь основания четырехугольной призмы равна двум третьим площади основания правильной шестиугольной призмы, а высота у них общая. Поэтому



$$V_{чет} = \frac{2}{3}V_{шест} = \frac{2}{3}\cdot 6\cdot 2 = 8.$$

Ответ: 8.

Задание 9 № [26776]

Найдите $tg\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Решение.

Поскольку угол альфа лежит в третьей четверти, его тангенс положителен. Поэтому

$$ctg\alpha = \sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha} - 1} = \sqrt{\frac{26}{25} - 1} = \frac{1}{5}.$$

Тогда

$$tg\alpha = \frac{1}{ctg\alpha} = 5.$$

Ответ: 5.

Задание 10 № 319859

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности *In*, оперативности *Op*, объективности публикаций *Tr*, а также качества сайта *Q*. Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-5

$$1 = \frac{10+5+15+5}{A} \Leftrightarrow A = 35.$$

Ответ:35.

Задание 11 № 99588

Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

Решение.

Пусть t ч – время движения автомобилей до встречи. Первый автомобиль пройдет расстояние $65t$ км, а второй – $75t$ км. Тогда имеем:

$$65t + 75t = 560 \Leftrightarrow 140t = 560 \Leftrightarrow t = 4.$$

Таким образом, автомобили встретятся через 4 часа.

Ответ: 4.

Задание 12 № 77468

Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2+1}{x}$.

Решение.

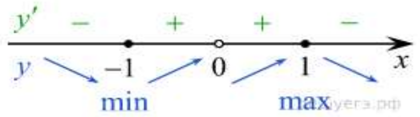
Найдем производную заданной функции:

$$y' = -\left(\frac{x^2+1}{x}\right)' = -\left(x + \frac{1}{x}\right)' = -\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = -1 + \frac{1}{x^2} = \frac{1-x^2}{x^2}.$$

Найдем нули производной:

$$1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1; \\ x = -1. \end{array} \right.$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



Искомая точка минимума $x = -1.$

Ответ: -1.

Задание 13 (C1) № 507595

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

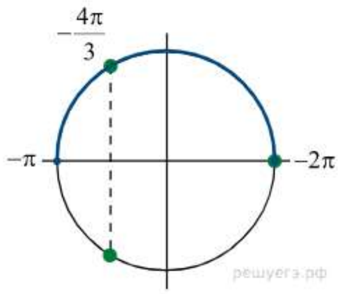
б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi; -\pi]$.

Решение.

а) Преобразуем уравнение:

$$2\cos^2 x - 1 = \cos x \Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 1, \\ \cos x = -\dfrac{1}{2},\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 2\pi k, \\ x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi k,\end{array}\right. k \in Z.$$



б) Отберём с помощью единичной окружности корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-2\pi;-\pi]$: $-2\pi;-\dfrac{4\pi}{3}$.

Ответ: а) $\left\{2\pi k;\pm\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in Z\right\}$; б) $-2\pi;-\dfrac{4\pi}{3}$.

Задание 14 (С2) № 513684

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а) и б)	2
Выполнен только один из пунктов а) или б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	2

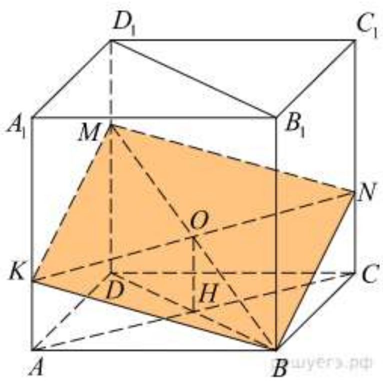
*Критерии распространяются и на случай использования координатного метода

В правильной четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка K делит боковое ребро AA_1 в отношении $AK : KA_1 = 1 : 2$. Через точки B и K проведена плоскость α, параллельная прямой AC и пересекающая ребро DD_1 в точке M.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро DD_1 в отношении $DM : MD_1 = 2 : 1$.

б) Найдите площадь сечения, если известно, что $AB = 4$, $AA_1 = 6$.

Решение.



Пусть четырёхугольник $KBNM$ — сечение данной призмы плоскостью α (см. рисунок). Прямая AC параллельна плоскости α, а плоскость ACK пересекает плоскость α по прямой KN, следовательно, $KN \parallel AC$ и, значит, $AKNC$ — прямоугольник.

Прямые BD и AC являются соответственно проекциями прямых BM и KN на плоскость ABC, значит, точка пересечения прямых BD и AC (точка H) является проекцией точки пересечения прямых BM и KN (точки O) на эту плоскость. Таким образом, $OH = AK = \frac{1}{3}AA_1$.

С другой стороны, отрезок OH — средняя линия треугольника BDM и, следовательно, $DM = 2OH = \frac{2}{3}AA_1 = \frac{2}{3}DD_1$, откуда и следует доказываемое утверждение.

б) Так как $AC \perp BD$ и $AC \perp BB_1$, то $AC \perp (BDD_1)$. Но $KN \parallel AC$, значит, и $KN \perp (BDD_1)$. Следовательно, $KN \perp BM$, поскольку $BM \subset (BDD_1)$ и площадь сечения S равна $S = \frac{BM \cdot KN}{2}$. Имеем:

$$KN = AC = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2},$$
$$BM = \sqrt{BD^2 + DM^2} = \sqrt{32+16} = 4\sqrt{3},$$
$$S = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{6}.$$

Ответ: б) $8\sqrt{6}.$

Задание 15 (С3) № 484584

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
Допущена единичная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

Решите неравенство $\frac{10^x}{2\left(\log_2^2(x+1)^2\right)\log_3(x+2)} \leq \frac{\left(15 \cdot 3^x\right)^x}{9\left(\log_2^2(x+1)^2\right)\log_3(x+2)}$

.

Решение.

Разделим обе части неравенства на 5^x.

$$\frac{2^{x-1}}{\left(\log_2^2(x+1)^2\right)\log_3(x+2)} \le \frac{3^{x^2+x-2}}{\left(\log_2^2(x+1)^2\right)\log_3(x+2)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3^{(x+2)(x-1)}-2^{x-1}}{\left(\log_2^2(x+1)^2\right)\log_3(x+2)} \ge 0 \Leftrightarrow \frac{3^{(x+2)(x-1)}-3^{(x-1)\log_3 2}}{\left(\log_2^2(x+1)^2\right)\log_3(x+2)} \ge 0.$$

Решение будем искать при условиях

$$\begin{cases} (x+1)^2>0; \\ (x+1)^2 \ne 1; \\ x+2>0; \\ x+2 \ne 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne -1; \\ x \ne 0; \\ x > -2. \end{cases}$$

При этих условиях получаем неравенство:

$$\frac{(x+2)(x-1)-(x-1)\log_3 2}{(x+2)-1} \ge 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+2-\log_3 2)}{x+1} \ge 0.$$

Таким образом, множество решений исходного неравенства:

$[\log_3 2-2;-1)\cup[1;+\infty)$.

Ответ: $[\log_3 2-2;-1)\cup[1;+\infty)$.

Задание 16 (С4) № 512338

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а) ИЛИ при обоснованном решении пункта б) получен неверный	1

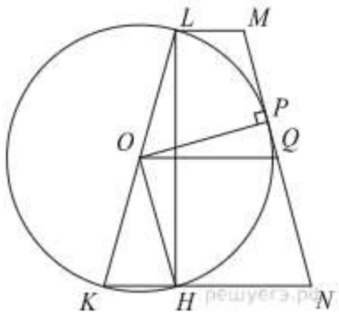
ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

Дана равнобедренная трапеция $KLMN$ с основаниями KN и LM. Окружность с центром O, построенная на боковой стороне KL как на диаметре, касается боковой стороны MN и второй раз пересекает большее основание KN в точке H, точка Q — середина MN.

а) Докажите, что четырёхугольник $NQOH$ — параллелограмм.

б) Найдите KN, если $\angle LKN = 75°$ и $LM = 1$.

Решение.



а) ΔKOH равнобедренный, и трапеция $KLMN$ равнобедренная, поэтому $\angle KHO = \angle OKH = \angle MNK$. Значит, прямые OH и MN параллельны, а так как OQ — средняя линия трапеции, то параллельны прямые OQ и KN. Противоположные стороны четырёхугольника $NQOH$ попарно параллельны, следовательно, $NQOH$ — параллелограмм.

б) Пусть окружность с центром в точке O радиуса R касается стороны MN в точке P. В прямоугольных треугольниках OPQ и KHL имеем

$$OQ = \frac{OP}{\sin\angle OQP} = \frac{R}{\sin 75°}, KH = KL\cos\angle LKH = 2R\cos 75°.$$

Поэтому

$$\frac{KH}{NH} = \frac{KH}{OQ} = \frac{2R\cos 75°}{\frac{R}{\sin 75°}} = 2\sin 75°\cdot\cos 75° = \sin 150° = \frac{1}{2}.$$

Пусть $KH = x$. Поскольку трапеция $KLMN$ равнобедренная, $KN = 2KH +$ $+LM$, $NH = KH + LM = x + 1$.

Тогда

$$\frac{KH}{NH}=\frac{x}{x+1}=\frac{1}{2}.$$

Откуда $x = 1$. Значит, $KN = 2x + 1 = 3$.

Ответ: б) 3.

Задание 17 (С5) № 511255

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Миша и Маша положили в один и тот же банк одинаковые суммы под 10% годовых. Через год сразу после начисления процентов Миша снял со своего счета 5000 рублей, а еще через год снова внес 5000 рублей. Маша, наоборот, через год доложила на свой счет 5000 рублей, а еще через год сразу после начисления процентов сняла со счета 5000 рублей. Кто через три года со времени первоначального вложения получит большую сумму и на сколько рублей?

Решение.

Пусть для определённости Миша и Маша 15.01.12 положили в банк x рублей. Подготовим выписки из лицевых счетов Маши и Миши.

Выписка из лицевого счета Маши.

Дата операции	Произведенная операция и на какую сумму	Остаток на счете клиента (руб.)

	Наименование операции	На какую сумму (руб.)/ размер в %	
15.01.12	Принято от клиента	x	x
15.01.13	Начислено на остаток	10%	$1{,}1x$
15.01.13	Принято от клиента	5000	$1{,}1x + 5000$
15.01.14	Начислено на остаток	10%	$1{,}1^2x + 5500$
15.01.14	Выдано клиенту	5000	$1{,}1^2x + 500$
15.01.15	Начислено на остаток	10%	$1{,}1^3x + 550$
15.01.15	Выдано клиенту	$1{,}1^3x + 550$	0

Выписка из лицевого счета Миши.

Дата операции	Произведенная операция и на какую сумму		Остаток на счете клиента (руб.)
	Наименование операции	На какую сумму (руб.)/ размер в %	
15.01.12	Принято от клиента	x	x
15.01.13	Начислено на остаток	10%	$1{,}1x$
15.01.13	Выдано клиенту	5000	$1{,}1x - 5000$
15.01.14	Начислено на остаток	10%	$1{,}1^2x - 5500$
15.01.14	Принято от клиента	5000	$1{,}1^2x - 500$
15.01.15	Начислено на остаток	10%	$1{,}1^3x - 550$
15.01.15	Выдано клиенту	$1{,}1^3x - 550$	0

Итак, Маша получила на 1100 руб. больше, чем Миша.

Ответ: Маша, на 1100 рублей.

Задание 18 (С6) № 513610

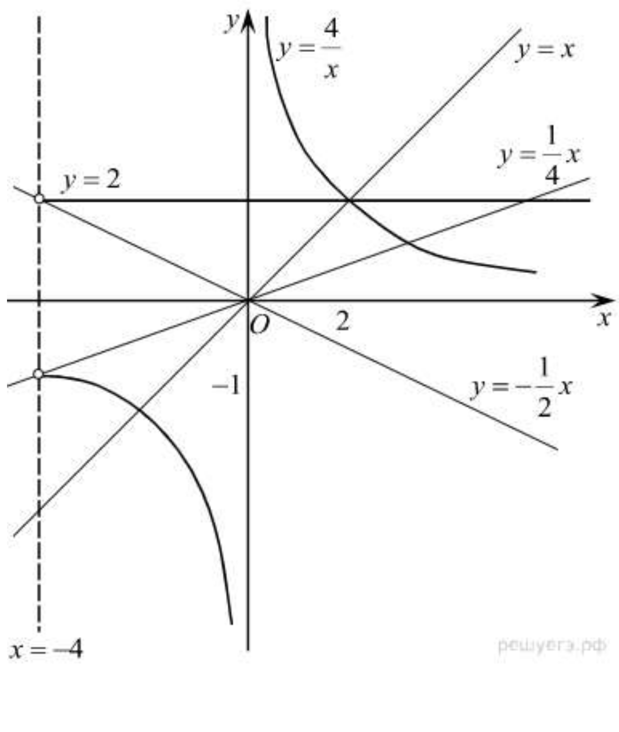
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением/исключением точек и/или	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток множества значений a, возможно, с включением/исключением граничных точек	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения гиперболы и прямых (аналитически и графически) ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно получены все шаги решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл:	4

Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{x+4}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Решение.



Графическое решение. Запишем первое уравнение системы в виде

$$\frac{(y-2)(xy-4)}{\sqrt{x+4}} = 0.$$

При $x \le -4$ левая часть не имеет смысла. При $x > -4$ уравнение задаёт прямую y = 2 и гиперболу $y = \dfrac{4}{x}$ (см. рис.). При каждом значении a уравнение $y = ax$ задаёт прямую с угловым коэффициентом a, проходящую через начало координат.

Число решений исходной системы равно числу точек пересечения прямой $y = 2$ и гиперболы $y = \frac{4}{x}$ с прямой $y = ax$ при условии $x > -4$.

Прямая $y = ax$ пересекает прямую $y = 2$ при $a < -\frac{1}{2}$ и при $a > 0$; пересекает правую ветвь гиперболы при $a > 0$; пересекает левую ветвь гиперболы при $a > \frac{1}{4}$; проходит через точку пересечения прямой $y = 2$ и гиперболы при $a = 1$.

Таким образом, исходная система имеет ровно два решения при $0 < a \le \frac{1}{4}$ и при $a = 1$.

Аналитическое решение. Запишем первое уравнение системы в виде

$$\frac{(y-2)(xy-4)}{\sqrt{x+4}} = 0.$$

Тогда исходная система равносильна следующей:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y-2=0 \\ xy-4=0, \end{array}\right. \\ x+4>0, \\ y=ax. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} ax=2, \\ ax^2=4, \end{array}\right. \\ x>-4, \\ y=ax. \end{cases}$$

При $a = 0$ система решений не имеет. В противном случае, первое уравнение имеет корень $x_1 = \frac{2}{a}$, который удовлетворяет системе при $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; +\infty)$. Второе уравнение имеет два различных корня $x_2 = \frac{2}{\sqrt{a}}, x_3 = -\frac{2}{\sqrt{a}}$ только при $a > 0$, причем, x_2 является корнем системы при любом положительном a, а x_3 при $a > \frac{1}{4}$. Таким образом, система будет иметь два различных решения при $0 < a \le \frac{1}{4}$. Кроме того, положительные корни x_1 и x_2 могут совпасть $\frac{2}{a} = \frac{2}{\sqrt{a}}$. Это происходит при $a = 1$.

Ответ: $0 < a \le \frac{1}{4}$; $a = 1$.

Примечание.

Полезно сравнить это задание с аналогичной задачей досрочного ЕГЭ 2015 года: найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\left(y^2 - xy - 4y + 2x + 4\right)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0, \\ a = x + y. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Задание 19 (С7) № 525144

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты.	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов.	2
Верно получен один из следующий результатов: — обоснованное решение в п. *а*; — пример в п. *б*; — искомая оценка в п. *в*; — пример в п. *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	4

Вася и Петя решали задачи из сборника, причем каждый следующий день Вася решал на одну задачу больше, чем в предыдущий, а Петя — на две задачи больше, чем в предыдущий. В первый день каждый решил хотя бы одну задачу, а в итоге каждый решил все задачи сборника.

а) Могло ли быть в сборнике 85 задач?

б) Могло ли быть в сборнике 213 задач, если каждый из мальчиков решал их более трех дней?

в) Какое наибольшее количество дней мог решать задачи Петя, если Вася решил весь сборник за 16 дней, а количество задач в сборнике меньше 300.

Решение.

Пусть Вася в первый день решил a задач, а Петя — b задач. Вася решал задачи n дней, а Петя — m дней. Воспользуемся формулой суммы арифметической прогрессии. Получим, что за n дней Вася решил $S=\frac{a+a+n-1}{2}\cdot n$ задач, а Петя за m дней решил $S=\frac{b+b+2(m-1)}{2}\cdot m$ задач.

а) Проверим, могли ли мальчики решить 85 задач.

Для Васи:

$$S=\frac{a+a+n-1}{2}\cdot n=85\Leftrightarrow(2a+n-1)n=85\cdot 2\Leftrightarrow(2a+n-1)n=17\cdot 5\cdot 2.$$

Очевидно, что это уравнение имеет решения в натуральных числах. Например, $a=42; n=2$.

Для Пети:

$$S=\frac{b+b+2(m-1)}{2}\cdot m=85\Leftrightarrow(b+m-1)m=85\Leftrightarrow(b+m-1)m=17\cdot 5.$$

Очевидно, что и это уравнение имеет решения в натуральных числах.
Например, $b=15; m=5$.

Значит, в сборнике могло быть 85 задач.

б) Проверим, могло ли в сборнике быть 213 задач, если каждый из мальчиков решал их более трех дней.

Для Пети: $(b+m-1)m=213\Leftrightarrow(b+m-1)m=71\cdot 3$. Тогда m — один из делителей числа 213. Заметим, что 71 — простое число, и по условию $m>3$. Тогда или $m=71$, или $m=213$. При любом из этих значений получаем $b<0$. Значит, в сборнике не могло быть 213 задач.

в) Если в сборнике меньше 300 задач, то для числа дней, потраченных Петей, имеем: $300>(b+m-1)m\geq(1+m-1)m=m^2$. Следовательно, $m\leq 17$.

При $m=17$ получаем $(b+16)\cdot 17<300<18\cdot 17$ тогда $b=1; S=289$. Проверим, мог ли Вася за 16 дней решить 289 задач: $\frac{2a+16-1}{2}\cdot 16=289 \Leftrightarrow (2a+15)8=289$. Левая часть уравнения кратна 8, а правая нет, значит, m не может равняться 17.

Рассмотрим $m=16$. Имеем $(b+15)\cdot 16=(2a+15)\cdot 8 \Leftrightarrow (b+15)\cdot 2=2a+15$. Левая часть уравнения кратна 2, а правая нет. Значит, m не может равняться 16.

Рассмотрим $m=15$. Имеем $(b+14)\cdot 15=(2a+15)\cdot 8$. Левая часть уравнения кратна 15 при $a\geq 15$, но тогда $S\geq 360$. Значит, m не может равняться 15.

Рассмотрим $m=14$. Имеем $(b+13)\cdot 14=(2a+15)\cdot 8 \Leftrightarrow \frac{b+13}{4}=\frac{2a+15}{7}$. Это уравнение имеет решение $b=7; a=10$.

При этом $S=(7+13)\cdot 14=(2\cdot 10+15)\cdot 8=280<300$.

Таким образом, все условия задачи выполнены.

Ответ: а) да, б) нет, в) 14.